

Cătălin –Daniel GĂLĂȚANU
Universitatea Tehnică “Gh.Asachi” Iași

Lucrarea prezintă rezultatele calculului factorilor de formă între două suprafețe utilizând funcții MATLAB originale, care permit abordarea generalizată a configurațiilor luminotehnice posibile. Pe baza rezultatelor obținute se demonstrează că factorii de formă nu rămân constanți pe parcursul fiecărei reflexii succesive între două suprafețe. Chiar dacă diferențele nu sunt majore, se propune modificarea formalismului care descrie reflexia multiplă, prin renunțarea la calculul factorilor de formă.

Sunt disponibile în prezent [1,2] metode de abordare a fenomenului reflexiilor multiple pe baza calculului punctual al iluminării reflectate, analizând factorii lumino tehnici cantitativi (prin urmărirea nivelului de iluminare în planul util) și calitativi (prin analiza distribuției fluxului luminos și determinarea luminanței pe suprafețele caracteristice).

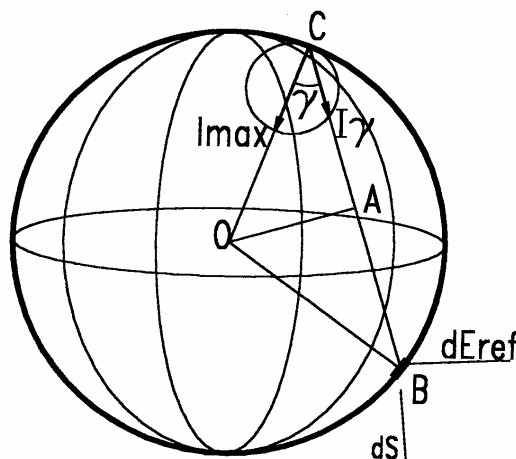
Metodele de rezolvare se bazează atât pe metoda elementelor finite cât și pe metoda schimbului radiativ, considerând următoarele ipoteze simplificatoare: *incinta este paralelipipedică, fără pereți despartitori sau mobilier, iar suprafețele reflectă perfect difuz lumina.*

componente a iluminării reflectate, lucru imposibil de realizat experimental.

Precizăm că funcțiile MATLAB utilizate au fost validate prin măsurători sau prin probleme test, putând fi astfel considerate instrument de lucru pentru susținerea metodei științifice utilizate, pe baza căreia se formulează următoarea propoziție:

Noțiunea de FACTOR DE FORMĂ (sau DE UTILIZARE) a unei suprafețe în raport cu alta nu caracterizează CORECT reflexia multiplă, raportul dintre fluxul reflectat pe suprafața S2 de către suprafața S1 depinzând de componenta iluminării directe (condiții inițiale), precum și de fiecare pas al reflexiei.

În literatura de specialitate, fenomenul reflexiei multiple este prezentat prin extrapolarea unor concluzii valabile NUMAI pentru reflexiile multiple într-o sferă. În figura 1 [1, pag 23] se prezintă sfera integratoare, utilizată pentru măsurarea fluxului luminos.



1

Analiza fenomenului reflexiei multiple conduce la următoarele concluzii:

c1. Nivelul de iluminare realizat de prima componentă reflectată este constant pe toată suprafața sferei, indiferent de distribuția inițială și, deci, de poziția sursei.

c2. Componenta reflectată de ordin "n" se obține din componenta reflectată precedentă (de ordinul "n-1"), atenuată cu coeficientul de reflexie.

În viziunea autorului, aceste concluzii, prin claritatea lor, au creat convingerea că pot fi valabile și pentru cavități de forme oarecare [1, vol. 1, pag. 174] sau paralelipipedice [1, pag. 177].

Elementele pe care se bazează concluziile c1 și c2 sunt date de geometria strict particulară a sferei:

- în expresia iluminării – [1, pag.23], valoarea cosinusului unghiului de incidență se simplifică;

- valoarea integralei componentei reflectate pe întreaga suprafață conduce la valoarea fluxului incident (acest lucru nu va mai fi valabil în cazul reflexiei multiple între două planuri finite);

- geometria particulară a sferei determină în relația (1.22) [1] ca la numitor să se dispună de chiar aria sferei, din raportul respectiv rezultând E_{med} , cu implicații asupra caracterului recursiv al fenomenului.

3. Factorii de formă

Raționamentul conturat mai sus este regăsit și preluat în teoria reflexiei multiple la o serie întreagă de autori [1,2] și se manifestă prin fundamentarea noțiunii de **factor de formă** al unei suprafețe în raport cu alta.

Una dintre cele mai elocvente prezentări a noțiunii de **coeficient de utilizare (de formă)** este disponibilă în [1, vol. 1, pag. 176]. Se prezintă pe scurt această problemă, cu comentariile autorului.

Se consideră cazul general a două suprafețe oarecare, perfect difuzante, dintre care una este emițătoare S_k și cealaltă receptoare S_i . În figura 2 se prezintă mărimile geometrice care intervin, cu notațiile corespunzătoare.

Factorul de utilizare între cele două suprafețe este, conform definiției:

$$U_{ki} = \frac{\Phi_{ki}}{\Phi_k} \quad (1)$$

în care Φ_{ki} este fluxul emis de S_k și care ajunge pe S_i iar Φ_k este fluxul emis de S_k (fig. 2).

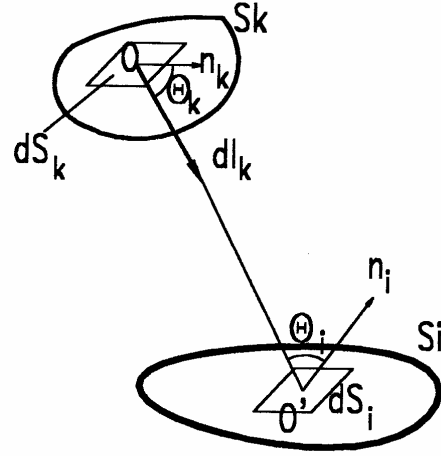


Fig. 2 Factorul de formă între două suprafețe

Expresia fluxului Φ_{ki} rezultă din:

$$d^2\Phi_{ki} = dE_i dS_i \quad (2)$$

în care

$$dE_i = \frac{dI_k \cos \theta_i}{l^2} \quad (3)$$

și

$$dI_k = L_k \cos \theta_k dS_k \quad (4)$$

Se integrează pe ambele suprafețe:

$$\phi_{ki} = \iint_{S_k S_i} \frac{L_k}{l^2} \cos \theta_k \cos \theta_i dS_k dS_i \quad (5)$$

Urmează un punct delicat. Se argumentează că suprafețele sunt perfect difuzante, deci este valabilă legea proporționalității între luminanță și iluminare pentru suprafețe perfect difuzante (Legea lui Lambert):

$$\Phi_{ki} = E_k S_k = \pi L_k S_k \quad (6)$$

În mod evident, luminanța L_k a suprafeței elementare S_k depinde de nivelul său de iluminare (punctual) E_k . Se continuă raționamentul, "**ținând seama că L_k = constant**":

$$U_{ki} = \frac{1}{\pi S_k} \iint_{S_k S_i} \frac{1}{l^2} \cos \theta_k \cos \theta_i dS_k dS_i \quad (7)$$

Remarcăm și la alți autori [2], că afirmația $L_k = \text{constant}$ nu este o ipoteză, nu este o simplificare: << ...where we assume that the luminances L_1 and L_2 are constant (the surfaces A_1 and A_2 are Lambertian)>>. Însă, reflexia perfect difuză nu conduce la luminanță constantă pe întreaga suprafață decât în cazul în care iluminarea este constantă (*Legea proporționalității dintre iluminare și luminanță*).

Această afirmație ($L_k = \text{constant}$) fiind considerată evidentă, urmează afirmația că relația obținută reprezintă **expresia complexă a factorului de utilizare U_{ki} dependentă de geometria celor două suprafețe S_k și S_i și de poziții lor reciproce**.

Toate lucrările consultate de autor dezvoltă analiza reflexiei multiple de la acest concept. Indiferent dacă se caută rezolvări pentru incinte paralelipipedice sau se abordează problema numeric, cu element finit, punctul de plecare este același: calculul coeficienților de utilizare (de formă).

Ipoteza că luminanța unei suprafețe este constantă pe toată suprafața este cu totul particulară. Această afirmație se bazează pe dificultățile de realizare practică a unor panouri luminoase [1, vol.1, pag.126] sau tavane luminoase. Aceasta este o consecință a legilor fundamentale ale iluminării, care descriu prin definiție un fenomen neliniar (Legile iluminării se numesc de altfel *legea inversului pătratului distanței* și *legea cosinusului*).

Totuși, în cazul primei reflexii, putem impune ca suprafața luminată (direct) să fie luminată uniform (cazul panourilor luminoase). Mai departe însă, reflexiile a doua, a treia etc. pleacă de la o distribuție a luminanțelor care se modifică la fiecare pas. Dacă mai considerăm că însăși ipoteza ca pasul inițial să plece de la situația $L_k = \text{constant}$ este un caz particular, rezultă că **factorul de utilizare U_{ki} nu caracterizează fenomenul reflexiei multiple între două suprafețe**. Așa cum se va arăta, raportul între fluxul incident și fluxul reflectat între două suprafețe date este variabil, el modificându-se la fiecare reflexie.

Argumentele logice prezentate se confirmă și de modelarea fenomenului reflexiei multiple, prin utilizarea unui set de subrutine elaborate de autor. Se urmărește modelarea unui număr variabil de situații, unele dintre ele cu soluții indicate în literatură, pentru a putea

valida însăși modelul și apoi pentru a putea desprinde concluzii noi.

În [4] se prezintă, pe fondul metodei elementului finit, calculul **factorului de utilizare dintre un element finit și o suprafață finită** (iar ulterior dintre două suprafețe finite). Factorului de utilizare dintre un element finit și o suprafață finită există și are semnificație fizică, dar este neinteresant pentru calcul, deoarece în metoda elementului finit interesează interacțiunea numai dintre elemente finite. Factorul de utilizare dintre un element finit și o suprafață finită ar avea analitic efectul unei medieri a fluxului emis de elementul finit către suprafața finită.

Singura situație interesantă poate fi acceptată în cazul **factorului de utilizare dintre două elemente finite**. Însă, fizic, nu poate fi utilă această noțiune, suprafețele infinite mici neavând individualitate materială. Din punctul de vedere al calculului, ar însemna ca pentru N elemente finite, să se calculeze și să se memoreze încă N^2 elemente suplimentare, pe lângă cele oricum obligatorii pentru fiecare element finit:

- cele trei matrici ale coordonatelor carteziene ale nodurilor rețelei elementelor finite;
- matricile normalelor elementelor finite;
- matricile centrelor elementelor finite;
- matricea suprafețelor elementelor finite;
- matricea reflectanțelor fiecărui element finit;
- matricea iluminarilor parțiale și totale.

Pentru a pune în evidență faptul că fluxul emis de o suprafață și receptat de alta diferă la fiecare pas al reflexiei multiple, se calculează respectiva proporție conform relației (5), dar cu notațiile care exprimă faptul că luminanța nu mai este considerată constantă pe suprafața care emite:

$$\phi_{ki} = \iint_{S_k S_i} \frac{L_k(s_k)}{l^2(s_k, s_i)} \cos \theta_k \cos \theta_i dS_k dS_i \quad (8)$$

Integrala se rezolvă numeric. Nu mai există în acest mod limitări geometrice (funcțiile MATLAB elaborate de autor tratând sub același formalism matricial orice suprafață, de la planuri oarecare, la sferă, etc).

Pentru a valida rutinele de analiză numerică și pentru a putea realiza o comparație cu valorile indicate în lucrări de specialitate care abordează *factorii de formă*, se utilizează probleme test, care modelează diverse situații luminotehnice.

4. Determinarea factorilor de formă pentru reflexii succesive

MODEL 1. Se consideră două suprafețe plane, dreptunghiulare, egale și paralele, de dimensiuni LUNGIME și LĂȚIME. Distanța dintre cele două suprafețe este HAS (fig.3).

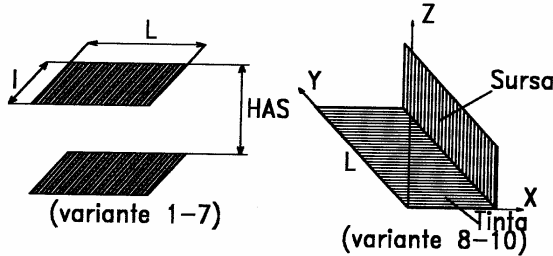


Fig. 3 Geometria problemelor de test pentru calculul factorilor de formă

Una dintre suprafețe (notată S1, poate fi oricare din fig. 3) este luminată cu un nivel constant ($E=100$ lux) și devine sursă pentru prima reflexie, calculându-se iluminarea (punctuală) produsă pe a doua suprafață (S2). Iluminarea calculată pe S2 devine sursă pentru a doua reflexie, de la S2 la S1. La fiecare pas se calculează raportul dintre fluxul emis către suprafața corespundentă și fluxul total reflectat la pasul respectiv.

MODEL 2. Se consideră două suprafețe dreptunghiulare, egale și perpendiculare (fig. 3)

Rezultatele se prezintă tabelar, pentru diverse variante:

Tabel 1.a

Nr. Var.	1	2	3	4	5
Cond. iniț.	$E_i = \text{ct.}$ HAS=3	$E_i = \text{ct.}$ HAS=10	$E_i = \text{ct.}$ HAS=100	[0,5;0,5;8] HAS=10	[5;5;9,5] HAS=10
Nr. [1,2]	0,70095	0,345961	0,012072	0,345961	0,345961
1. MATLAB	0,7047	0,34649	0,012074	0,2543	0,3334
2. MATLAB	0,72764	0,35649	0,012079	0,3233	0,3314
3. MATLAB	0,73577	0,35950	0,012079	0,3455	0,3281
4. MATLAB	0,73946	0,36077	0,012079	0,3535	0,3465

Tabel 1.b

Nr. Var.	6	7	8	9	10
Cond. iniț.	[0,2;0,2;9,5] HAS=10	$E_i = \text{ct.}$ HAS=10	$E_i = \text{ct.}$	[8; 1; 9]	[8; 20; 2]
Nr. [1,2]	0,345961	0,345961	-	-	-
1. MATLAB	0,2114	0,3455	0,2202	0,1390	0,3328
2. MATLAB	0,3139	0,3555	0,2466	0,2316	0,3170
3. MATLAB	0,3409	0,3585	0,2514	0,2649	0,3125
4. MATLAB	0,3521	0,3598	0,2530	0,2782	0,3108

În tabelul 1.a și 1.b sunt disponibile pe linia a treia rezultatele factorului de formă calculat cu relația indicată în [1, pag. 290], precum și în [2]. Condițiile inițiale de la care se pleacă sunt iluminări constante ($E_i = \text{ct.}$) sau

iluminări neuniforme, produse de o sursă punctiformă, cu distribuția intensității luminoase perfect simetrică și plasată în punctul indicat (prin coordonatele $[x;y;z]$) în linia a doua a tabelor (variantele 4, 5, 6, 9 și 10). Pe liniile 4, 5, 6 și 7 ale tabelor sunt rezultatele raportului dintre fluxul luminos receptat de o suprafață, calculat cu (5), față de fluxul total reflectat de cealaltă. **Se observă că diferențele cele mai mari se înregistrează pentru iluminările inițiale cele mai neuniforme.**

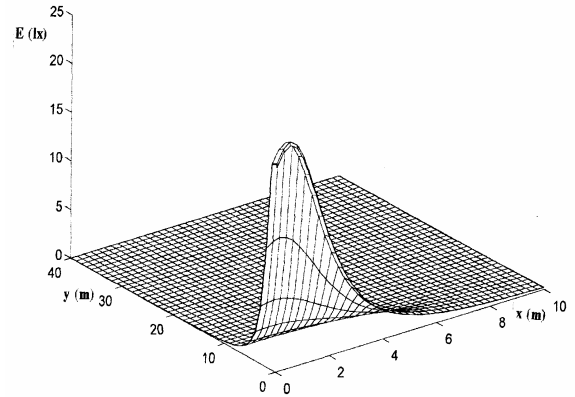


Fig. 4 Distribuția iluminarilor pentru varianta de calcul 4, tabel 1.a – Iluminare inițială neuniformă

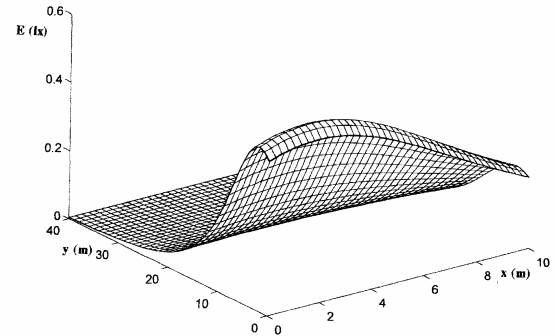


Fig. 5 Distribuția iluminarilor pentru varianta de calcul 4, tabel 1.a – Iluminări produse de reflexia nr. 1

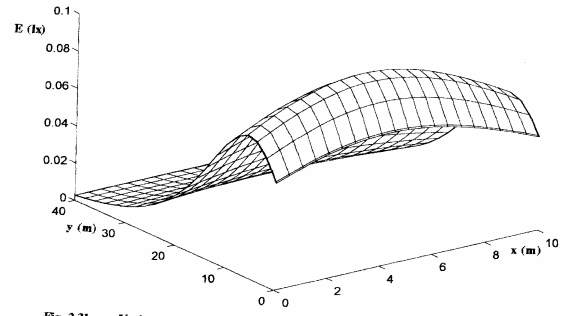


Fig. 6 Distribuția iluminarilor pentru varianta de calcul 4, tabel 1.a – Iluminări produse de reflexia nr. 2

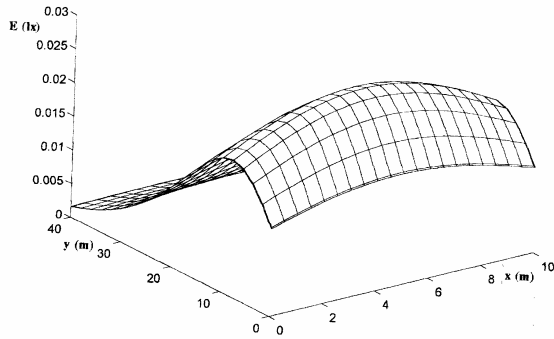


Fig. 7 Distribuția iluminarilor pentru varianta de calcul 4, tabel 1.a – Iluminări produse de reflexia nr. 3 (gradul de uniformitate, relativ la reflexiile anterioare, este mai mare)

Din analiza tabelului și a graficelor (fig. 4 – 7) rezultate în urma modelării în MATLAB, se constată următoarele:

- * *Factorii de formă* nu sunt constanți pentru reflexiile succesive între două suprafețe sau pentru diverse moduri de iluminare inițială;

- * Condiția ca luminanța suprafețelor să fie constantă se poate accepta numai pentru încăperi foarte înalte (varianta 3), dar atunci se obține o neconformitate maximă față de teorie pentru reflexia pe suprafețe perpendiculare (varianta 9, cu sursa aproape de tavan);

- * Diferențele sunt în general mici (de 1-3%), imposibil de pus în evidență practic, mai ales dacă se pleacă de la iluminări inițiale cvasi-uniforme (variantele 2, 3, 8).

5. Simplificarea formalismului reflexiei multiple

Aceste observații ne permit reinterpretarea bilanțului radiativ prezentat în [1, vol.1, pag.175-177] pentru reflexia multiplă într-o cavitate S_1 care se sprijină pe o a doua suprafață S_2 .

Astfel în [1, pag.175] se precizează că *singura ipoteză simplificatoare* este că suprafața S_2 este perfect absorbantă sau deschisă. Pe baza afirmației că la fiecare reflexie succesivă raportul U_{11} dintre fluxul receptat de suprafața S_1 și receptat tot de ea este constant (factorul de utilizare) se determină fluxul total incident pe suprafața S_1 cu o relație de recurență [1, pag. 184]:

$$\Phi_1 = \varphi_1 \frac{1}{1 - \rho_1 U_{11}} \quad (9)$$

Dacă se consideră evoluția reală a reflexiei, și anume că raportul de fluxuri

schimbate este diferit la fiecare pas A, B, C, ... al reflexiei, rezultă că prin sumare nu se mai poate găsi o astfel de relație de recurență.

Analiza și posibilitățile de formalizare a calculului se complică dacă se consideră o incintă delimitată de un număr de suprafețe oarecare. Dacă acest număr este de trei [3, cap. 3.3] trebuie să se calculeze la fiecare pas al reflexiilor fluxurile reflectate de fiecare suprafață (fig. 8) pe celelalte, precum și pe ea însăși (cazul suprafețelor S_2 și S_3 care sunt concave). Acest calcul se continuă pînă la atenuarea componentei reflectate. Practic, chiar pentru coeficienți de reflexie mari, după 4 - 5 reflexii, reflexiile multiple se atenuează sub 5%, putând fi apoi neglijate.

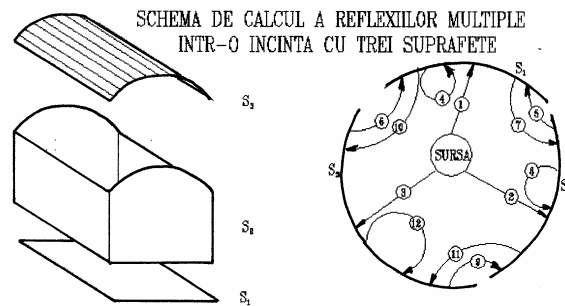


Fig. 8 Reflexia multiplă într-o incintă delimitată prin trei suprafețe - formalizarea calculului pentru evaluarea componentei reflectate

Problema generalizării formalismului prin care să se exprime modul de calcul al componentei reflectate se complică în continuare dacă numărul suprafețelor ce delimitează o încăpere este egal cu șase (paralelipiped) sau mai mare.

Rezolvarea acestei probleme constă în tratarea unitară a suprafețelor. Practic, toate suprafețele se integrează în una singură (fig. 9), fără însă a se compromite identitatea a nici uneia din zonele de interes. Suprafețele sunt tratate numeric, prin discretizare oricât de fină. Discretizarea suprafețelor face ca orice detaliu (fereastră, mobilier, perete) să poată fi identificat, chiar dacă elementele sunt integrate într-o singură matrice a coordonatelor nodurilor elementelor finite.

Chiar dacă se studiază la un moment dat reflexia unei suprafețe oarecare pe altă suprafață oarecare, fără să existe nici o relație de vecinătate între ele, raționamentul rămâne valabil. Se introduce o suprafață fictivă - cu coeficient de reflexie nul și discretizată grosier - care le va uni pe cele două.

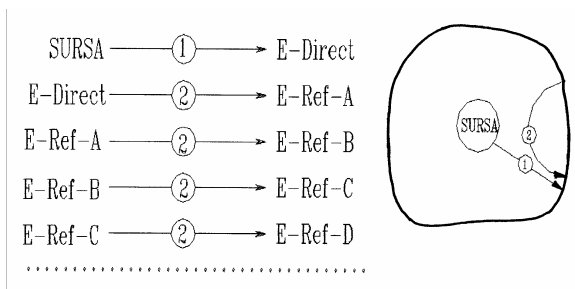


Fig. 9 Reflexia multiplă într-o cavitate

Dacă toate situațiile lumino tehnice se rezumă astfel la analizarea reflexiilor multiple într-o cavitate (închisă), calculul se reduce formal la două secvențe (fig. 9) :

- calculul componentei iluminării directe, utilizând procedura generală de calcul 1;
- calculul componentei reflectate succesive (pentru pași A,B, C..) utilizând procedura generală de calcul 2.

6. Utilizarea mediului de programare MATLAB

Pentru a putea explica simplificarea de fond adusă tratării formale a reflexiei multiple, se prezintă modul de apelare pentru funcțiile MATLAB elaborate de autor, în scopul rezolvării celor două proceduri de calcul din figura 9.

6.1. Calculul componentei iluminării directe se rezolvă cu funcția LAMPA. Apelarea acesteia se realizează astfel:

$$E = \text{lampa}(\text{curbe}, \text{punct}, X, Y, Z)$$

Funcția calculează iluminarea suprafeței indicată matricial prin coordonatele punctelor X, Y, Z , de către corpul de iluminat aflat în poziția **punct** (vector cu coordonatele carteziene corespunzătoare) și care are curbele distribuției intensității luminoase **curbe** (matrice în coordonate polare complete, pentru a minimiza interpolările). E este tot o matrice, având dimensiunile impuse de rețeaua pentru care se calculează iluminările.

6.2. Calculul componentei reflectate:

$$E = \text{luminas}(X1, Y1, Z1, XT, YT, ZT, RO, ECC)$$

Funcția LUMINAS calculează iluminarea produsă pe suprafața țintă XT, YT, ZT de către suprafața luminată $X1, Y1, Z1$ cu un nivel de iluminare ECC și care este caracterizată de matricea coeficienților de reflexie RO .

7. Concluzii

Factorii de formă, definiți în prezent ca raport între fluxul primit de o suprafață față de fluxul total reflectat de cealaltă suprafață, variază la fiecare reflexie succesivă. Acest raport nu depinde numai de elementele geometrice, deci el nu poate caracteriza fenomenul reflexiei multiple.

Factorii de formă calculați prin metoda numerică elaborată de autor se verifică prin valorile calculate analitic, dar numai pentru cazuri particulare (luminanță constantă pe suprafața care emite, pentru reflexia inițială).

Utilizarea *factorilor de formă* poate fi restrânsă și datorită faptului că descriu (cu aproximațiile și erorile sesizate) fenomenul reflexiei în mod global, fiind în plus și dificil de calculat pentru suprafețe particulare. Aceste dificultăți sunt depășite prin utilizarea modelului experimental (MATLAB) elaborat de autor și care materializează modelele teoretice generalizate pentru corpurile de iluminat și reflexiile multiple.

Bibliografie

1. Bianchi, C. – *Luminotehnica*, Editura Tehnică, București, 1990
2. Murdoch, Joseph B., - *Illumination Engineering – From Edison's Lamp to the Laser*, Macmillan Publishing Company, New York, 1985
3. Gălățanu, Cătălin-Daniel – *Modelarea sistemelor de iluminat asistată de calculator*, Editura TEHNOPRESS, Iași, 1999
4. Șuvagău C., Bianchi C. – *Metodă de calcul a iluminării reflectate punctuale*, Conferința de Electroenergetică, Timișoara, 1994

Abstract

A new method based on original MATLAB functions is proposed, which allows a more simple and precise determination of the flux transfer between surfaces. The results obtained solving some test problems are used to demonstrate why the form factors are not relevant for the analytical basis of the flux transfer.

Adresa de contact:

Dr. Cătălin Daniel GĂLĂȚANU, Lector
E-mail: cgalatan@ce.tuiasi.ro